

Методические рекомендации по изучению темы "Кинематика" предназначены для слушателей заочных подготовительных курсов.

Составитель - Д.С. Бакаев

Научно-методический совет: Д.С. Бакаев.
А.А. Бесчинская
А.А. Пинский
А.Я. Симонов
В.П. Тарасов



Научно-педагогическое объединение "Перспектива"

МЕХАНИКА

В окружающем нас мире происходят самые разнообразные изменения. Наиболее общим изменением является изменение положения тела относительно других тел с течением времени. Это называется механическим движением. Механика - наука, изучающая механическое движение.

Важнейшим понятием в механике является понятие материальной точки. Тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь, называют материальной точкой. Одно и то же тело в одних условиях можно принять за материальную точку, а в других нельзя. Например, Землю можно считать материальной точкой при изучении ее движения вокруг Солнца, но нельзя этого делать при анализе движения искусственных спутников Земли или при объяснении причин изменения времен года.

Тела, различные части которых сохраняют свое относительное положение, вследствие чего сохраняется их форма, называются твердыми телами.

КИНЕМАТИКА.

Кинематика - раздел механики, описывающий движение, не интересуясь его причинами.

Движение тела можно описать только относительно какого-либо другого тела. Система координат, тело отсчета, с которым она связана и указание начала отсчета времени образуют систему отсчета, относительно которой рассматривается движение тела.

Описать движение материальной точки - значит указать ее положение в системе отсчета в любой момент времени. Траекторией движения называется непрерывная последовательность точек, которые проходит материальная точка при движении. Движение точки можно описать различными способами (см. рис.):



а) Заданием зависимости от времени радиуса-вектора точки, т.е., функции $\vec{r}(t)$

б) Заданием функции координат от времени:

$$x=x(t), y=y(t)$$

в) При известной траектории движения положение точки на траектории задает путь S . Путь – это расстояние, измеренное вдоль траектории от некоторой начальной точки. Движение описывается заданием следующей формулы:

$$S=S(t)$$

Следует отметить, что траектория может включать в себя многократное прохождение некоторых участков линии. Вектор, соединяющий начальное положение движущейся точки с положением точки в данный момент, называется перемещением.

КИНЕМАТИКА ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ

1. Прямолинейное равномерное движение.

Прямолинейным равномерным движением называется движение, при котором тело за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения.

Скоростью равномерного прямолинейного движения называют отношение перемещения тела ко времени перемещения:

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$$

Удобно описать движение в координатах, совмещая координатную ось с траекторией.



Уравнение скорости: $v_x = \text{const.}$

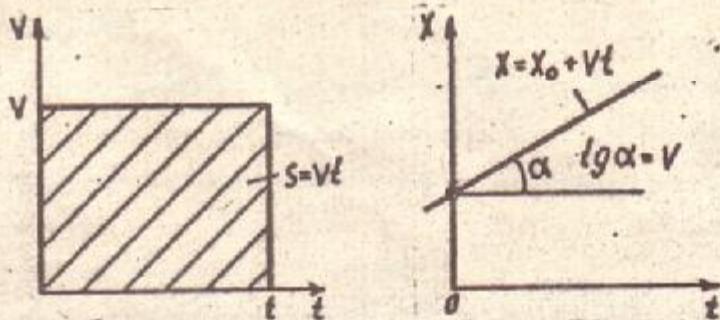
При наличии одной координатной оси можно опустить индекс оси и записать просто: $v = \text{const.}$

Уравнение перемещения: $S = vt.$

Учитывая, что $S = x - x_0$, получаем уравнение координаты:

$$x = x_0 + vt$$

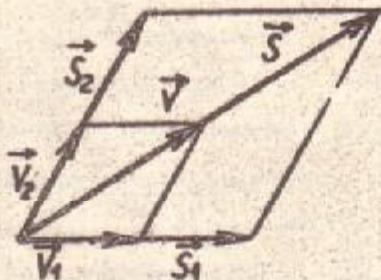
Рассмотрим соответствующие графики:



На графике скорости перемещению соответствует площадь под кривой. На графике координаты тангенсу угла наклона прямой соответствует проекция скорости.

Сложение движений.

Рассмотрим движение тела относительно неподвижной и подвижной систем отсчета.



Перемещение тела \bar{S} в неподвижной системе отсчета равно геометрической сумме перемещения тела в движущейся системе отсчета \bar{S}_2 и ее перемещение относительно неподвижной системы отсчета \bar{S}_1 .

$$\bar{S} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2$$

Отсюда получаем закон сложения скоростей:

$$\frac{\bar{S}}{t} = \frac{\bar{S}_1}{t} + \frac{\bar{S}_2}{t}$$

$$\bar{V} = \bar{V}_1 + \bar{V}_2$$

Скорость тела относительно неподвижной системы отсчета равна геометрической сумме скорости тела относительно подвижной системы отсчета и скорости подвижной системы отсчета относительно неподвижной. Иными словами: скорость сложного движения равна векторной сумме относительной и переносной скоростей.

2. Неравномерное движение.

СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ неравномерного движения равна скорости такого равномерного движения, при котором тело проходит тот же путь и за такой же промежуток времени, как и при данном неравномерном движении.

$$v_{cp} = \frac{s}{t} \text{ - скорость,}$$

$$s = v_{cp} t \text{ - путь.}$$

Прямолинейное равнопеременное движение.

Простейшим видом неравномерного движения является прямолинейное движение с постоянным ускорением, то есть прямолинейное равнопеременное движение.

РАВНОПЕРЕМЕННЫМ называется движение, при котором скорость тела за **ЛЮБЫЕ** равные промежутки времени изменяется на равные величины.

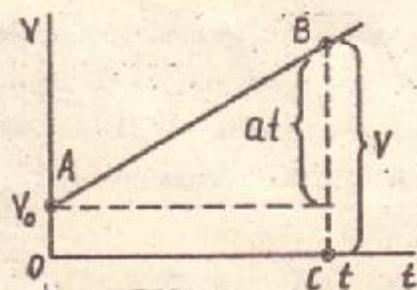
УСКОРЕНИЕМ называется величина, равная отношению изменения скорости ко времени, за которое оно произошло. Ускорение - вектор:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$$

\vec{v}_0 - начальная скорость,
 \vec{v} - конечная скорость.

Приведем основные формулы равнопеременного движения тела по прямой.

Уравнение скорости - $v = v_0 + at$, (1)
где v_0 - начальная скорость тела, v - скорость тела в момент времени t . Как было отмечено ранее, график зависимости $y = kx + b$ есть прямая линия. Следовательно,



перемещение тела может быть найдено по этому графику, как площадь фигуры ОАВС.

$$S = \frac{V_0 + V}{2} t = \frac{2V_0 + at}{2} t = V_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (2)$$

$$\text{Отсюда уравнение координаты: } x = x_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}, \quad (3)$$

где x_0 – начальная координата тела.

Из формулы для перемещения (2) получаем формулу для средней скорости в равноускоренном движении:

$$V_{cp} = \frac{V_0 + V}{2} \quad (4)$$

Выразив из уравнения (1) время t , подставив его в уравнение (3) получим удобную для практических целей формулу:

$$(x - x_0) 2a = V^2 - V_0^2 \quad (5)$$

или

$$S = \frac{V^2 - V_0^2}{2a} \quad (5a)$$

Свободное падение и движение тела, брошенного вертикально вверх.

При свободном падении и движении тела, брошенного вертикально вверх, оно движется равноускоренно с ускорением $\vec{a} = \vec{g}$, где $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$ и в обоих случаях направлено вертикально вниз (к центру Земли).

Рассмотрим тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью V_0 . Направим координатную ось вертикально вверх, поместив начало отсчета в точку бросания. При движении тела сила тяжести действует вниз. Скорость и высота подъема в момент времени t будут равны:

$$V = V_0 - gt, \quad h = h_0 + V_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

3. Некоторые виды сложного движения.

Равномерное прямолинейное движение.

Любое равномерное движение, происходящее с постоянной скоростью V вдоль произвольной прямой АВ, можно разложить на два независимых равномерных и прямолинейных движения, одновременно со-

вершаемых телом вдоль осей X и Y со скоростями v_x и v_y . Для описания этого движения выберем прямоугольную систему координат XOY. Тогда уравнения движений по осям X и Y запишутся в виде:

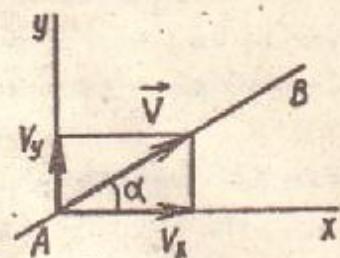
$$x = x_0 + v_x t, \quad y = y_0 + v_y t,$$

где $v_x = V \cos \alpha$, $v_y = V \sin \alpha$.

Скорость тела в любой точке траектории

$$V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

и направлена вдоль траектории движения.



Движение тела, брошенного горизонтально.

Это движение можно разложить на два независимых движения, одновременно совершаемых телом: равномерное и прямолинейное, происходящее в горизонтальном направлении со скоростью v_x , равной начальной скорости бросания $v_0 / v_x = v_0$ и свободное падение с высоты, на которой находится тело в момент бросания, со скоростью $v_y = -gt$.

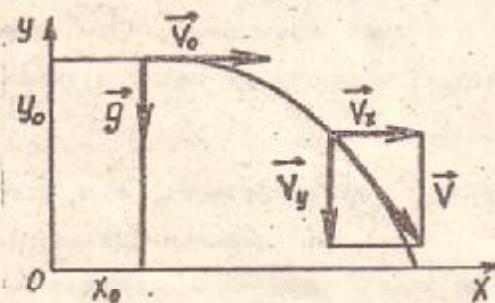
Для описания этого движения выберем прямоугольную систему координат XOY. Направим ось X по горизонтали, а ось Y по вертикали. Тогда уравнения движений по осям X и Y примут вид:

$$x = x_0 + v_0 t, \quad y = y_0 - \frac{gt^2}{2}$$

Скорость тела в любой точке траектории

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

и направлена по касательной к траектории в данной точке.



Движение тела, брошенного под углом к горизонту.

Это движение можно разложить на два независимых движения, одновременно совершаемых телом; равномерное и прямолинейное, про-

исходящее в горизонтальном направлении с начальной скоростью $V_{0x} = V_0 \cos \alpha$ и свободное падение с начальной скоростью $V_{0y} = V_0 \sin \alpha$, где α — угол между направлениями вектора скорости V и осью X .

Для описания движения выберем прямоугольную систему координат XOY . Направим ось X по горизонтали, а ось Y по вертикали. Тогда уравнения движений по осям X и Y примут вид:

$$x = x_0 + V_{0x} t, \quad y = y_0 + V_{0y} t - \frac{gt^2}{2}$$

Скорость тела в любой точке траектории равна

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2},$$

где $V_x = V_{0x}$, $V_y = V_{0y} - gt$ и направлена по касательной к траектории в данной точке.

