I. РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ. Задачи

1А. С какой скоростью должна двигаться нефть в трубопроводе с площадью сечения 100 см², чтобы в течение часа протекало 18 $м^3$ нефти?

Решение:

Дано:

t = 1 час

S = 100 см²

v = 18 м

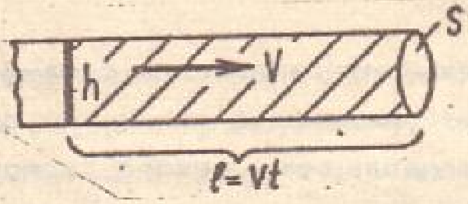
V = ?

Первым делом нужно перевести все данные задачи в систему СИ. Тогда будем иметь:

$S = 100$ см² $= 100 \cdot 10^{-4}$ м² $= 10^{-2}$ м²,

t = 1 час = 60 мин = $60 \cdot 60$ с = 3600 с .

Сделаем рисунок:



Допустим, что нефть двигается со скоростью V и внутри нее в трубе существует некая перегородка (h), которая двигается вместе с нефтью. За время t перегородка переместится на расстояние $l = Vt$ и дойдет до края трубы. При этом вся нефть, которая находится справа от перегородки, выльется из трубы. Объем этой нефти равен объему цилиндра с площадью основания S и длиной l. Этот объем равен

$$v = Sl = SVt$$

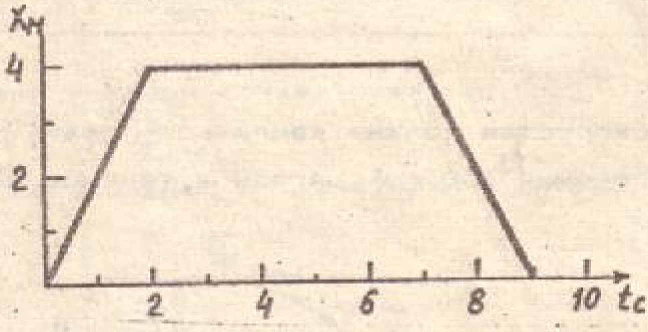
Отсюда легко найти скорость движения нефти V:

$$V = \frac{v}{St}$$

Подставляя числовые значения v, S и t из условия задачи, получим искомое значение скорости:

$$V = \frac{v}{St} = \frac{18\ м^3}{10^{-2}\ м^2 \cdot 3600\ с} = \frac{1}{2}\ м/с$$

2А. На рис. представлен график перемещения при равномерном движении тела. Что характеризуют первая, вторая и третья части графика? Какой путь прошло тело за первые 2 с? За последние 2 с? Сколько времени оно находилось в движении?



Решение:

На первом участке графика перемещение тела увеличивается со временем. Этот участок характеризует равномерное движение тела.

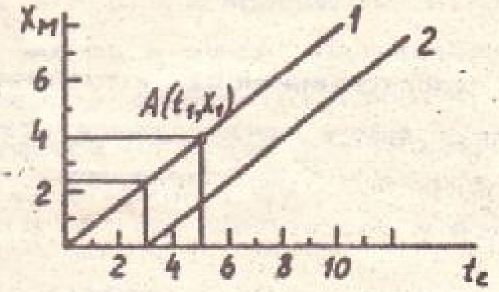
На втором участке графика перемещения тела нет (X не меняется с течением времени), т.е. тело стоит на месте.

На третьем участке графика перемещение тела уменьшается с течением времени (значение X уменьшается). Это означает, что тело равномерно двигается, но в обратном направлении (X постепенно уменьшается и в конце 9-ой секунды тело оказывается опять в начале координат, т.е. там, откуда оно начало двигаться).

За первые две секунды тело совершило перемещение $S_1 = (x_2 - x_0)$ $x_2 = 4$; $x_0 = 0$; Значит $S = 4-0 = 4$ м.

За последние две секунды тело совершило перемещение $S_2 = (x_1 - x_3)$; $x_1 = 4$; $x_3 = 0$; Значит $S = 4-0 = 4$ м.
В последнем вопросе задачи спрашивается, сколько времени тело находилось в движении. Мы выяснили, что на втором участке (т.е. от 2-ой секунды до 7-ой секунды, всего 5 секунд) тело стояло. Следовательно, в движении оно было 9 - 5 = 4 с.

3А. Какие движения тел изображены на графиках? Каковы скорости этих движений? На каком расстоянии находились эти тела в момент начала движения второго тела? На сколько позже вышло второе тело из точки О? Может ли второе тело догнать первое?



Решение

На графиках изображены равномерные движения тел, так как за равные промежутки времени тела проходят равные перемещения. Скорость равномерного движения тела равна

$$V = \frac{S}{t}$$, где S - перемещение, а t - время движения.

Графику движения первого тела соответствует уравнение: $x = Vt$.
Возьмем на графике движения первого тела какую-нибудь точку A с координатами t_1 и x_1. Тогда отошение ординаты x_1 к абсциссе t_1 есть, как мы только что установили выше, скорость тела:

$$V = \frac{x_1}{t_1}$$

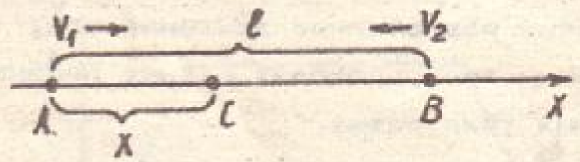
С другой стороны, отношение x/t_1 есть тангенс угла (α) наклона графика движения к оси времени: $x_1/t_1 = \mathrm{tg}\alpha$, т.е. скорость равномерного движения тела есть ни что иное, как тангенс угла наклона графика этого движения к оси времени (t).
Следовательно, для того чтобы сравнить скорости равномерного дви-

жения двух тел, нужно сравнить углы наклона графиков их движения к оси времени. У кого угол больше, у того и скорость больше (так как тангенс большего угла больше тангенса меньшего угла). В нашем случае углы наклона графиков одинаковы, следовательно, скорости обоих тел одинаковы.

В момент начала движения второго тела (т.е. по истечении 3-х секунд) оно находилось в точке с координатой $x = 0$. Первое же тело в этот момент времени находилось в точке с координатой x, равной 2,4. Следовательно, в тот момент времени тела находились на расстоянии $\ell = 2{,}4$ м друг от друга. Второе тело вышло из точки $x = 0$ на три секунды позже первого тела, т.к. график его движения начинается из точки с координатой t, равной 3. Второе тело не может догнать первое, так как скорости тел одинаковы, а второе тело начало двигаться позже первого.

4А. Из пунктов А и В, расстояние между которыми равно ℓ, одновременно навстречу друг другу начали двигаться два тела: первое со скоростью $\vec{V_1}$, второе – $\vec{V_2}$. Определить, через сколько времени они встретятся и расстояние от точки А до места их встречи.

<u>Решение:</u> Сделаем рисунок:



Направим координатную ось x вправо, поместив начало в точку А. Тогда для кординат движущихся тел имеем:

$x = V_1 t$ (1) (для 1-го тела)

$x = \ell - V_2 t$ (2) (для 2-го тела).

Решая эту систему, определим место и время встречи. Вычитаем из уравнения (1) уравнение (2):

$$0 = V_1 t - \ell + V_2 t$$

$$(V_1 + V_2)t = \ell$$

отсюда:

$$t = \frac{\ell}{V_1 + V_2}$$

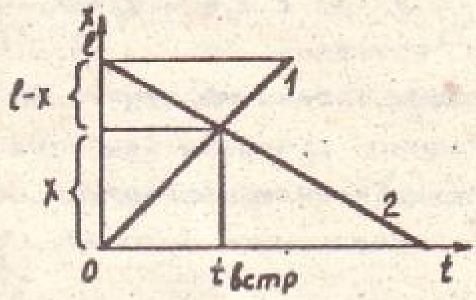
Теперь нетрудно найти x:

$$x = V_1 t = V_1 \frac{\ell}{V_1 + V_2}$$

Проиллюстрируем решение на графике. Построим графики координат тел: $x = V_1 t$ (для 1 тела)

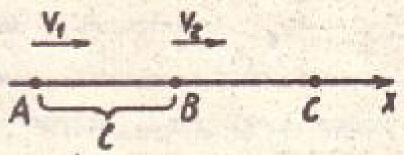
$x = \ell - V_2 t$ (для 2 тела)

Точка пересечения прямых дает координату и время встречи.



5А. Из двух точек А и В, расположенных на расстоянии 90 м друг от друга, одновременно в одном направлении начали движение два тела. Тело, движущееся из точки А, имело скорость 5 м/с, а тело, движущееся из точки В - скорость 2 м/с. Через какое время первое тело нагонит второе? Какое перемещение совершит каждое тело?

Решение: Сделаем рисунок:



Запишем кратко, что дано и что требуется найти.

Дано:

$AB = \ell = 90$ м

$V_1 = 5$ м/с

$V_2 = 2$ м/с

AC - ? BC - ? t - ?

Буквой С мы обозначили точку встречи тел. Так как тела двигаются равномерно, то координаты тел имеют вид:

$x = V_1 t$ (1)

$x = \ell + V_2 t$ (2)

Решаем полученную систему.

Вычитаем из уравнения (1) уравнение (2):

$$0 = V_1 t - \ell - V_2 t$$

$$V_1 t - V_2 t = \ell$$

Вынесем t за скобки: $t\ (V_1 - V_2) = \ell$.

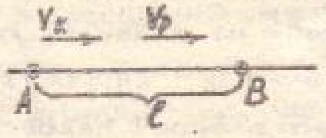
Теперь легко найти t: $t = \ell\ /\ (V_1 - V_2)$.

Используя уравнения, найдем отрезки АС и ВС:

$$AC = V_1 t = V_1 \frac{\ell}{V_1 - V_2}\ ; \quad BC = V_2 t = V_2 \frac{\ell}{V_1 - V_2}\ .$$

6А. Катер идет по течению реки из пункта А в пункт В время $t_1 = 3$ ч, обратно время – $t_2 = 6$ ч. Сколько времени потребуется катеру для того, чтобы пройти расстояние между пунктами А и В по течению реки при выключенном моторе?

Решение: Сделаем рисунок:



Обозначим расстояние между пунктами А и В буквой ℓ, скорость катера в стоячей воде – V_K, скорость реки – V_P. При движении катера по течению реки его скорость будет равна сумме скоростей реки и катера в стоячей воде (так как, если тело участвует одновременно с двух равномерных движениях, направленных по одной прямой в одном направлении, то скорость результирующего движения есть сумма скоростей):

$$V_1 = V_K + V_P$$

Перемещение при равномерном движении равно произведению скорости на время движения. Следовательно,

$$\ell = V_1 t_1 = (V_K + V_P) t_1 \qquad (1)$$

При движении катера из пункта В в пункт А, т.е. против течения реки, его скорость будет равна разности скоростей катера в стоячей воде и скорости реки (так как, если тело участвует одновременно в двух равномерных движениях, направленных по одной прямой в противоположных направлениях, то скорость результирующего движения есть разность скоростей):

$$V_2 = V_K - V_P$$

Перемещение, как и раньше, есть произведние скорости на время движения: $\ell = V_2 t_2 = (V_к - V_р)\ t_2$ (2)

Итак, мы имеем два уравнения (1) и (2). Выпишем их отдельно в виде системы:

$$\begin{cases} \ell = (V_к + V_р)\ t_1 & (1) \\ \ell = (V_к - V_р)\ t_2 & (2) \end{cases}$$

По условию задачи требуется найти время, за которое катер при выключенном моторе пройдет из А в В (т.е. перемещение ℓ). При выключенном моторе катер будет двигаться вместе с водой реки, т.е. его скорость будет равна скорости реки $V_р$. При этом время его движения из А в В, как и всегда при равномерном движении, определится путем деления перемещения (ℓ) на скорость ($V_р$):

$$t_{иск} = \frac{\ell}{V_р}$$

Таким образом, нам необходимо найти величину $\ell / V_р$. Для этого каждое из уравнений системы преобразуем. Получим:

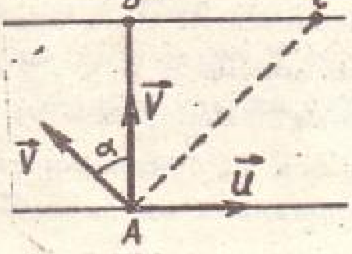
$$\frac{\ell}{t_1} = V_к + V_р \qquad (1а)$$

$$\frac{\ell}{t_2} = V_к - V_р \qquad (2а)$$

Вычитая, получим: $2V_р = \dfrac{\ell}{t_1} - \dfrac{\ell}{t_2} = \dfrac{\ell(t_2 - t_1)}{t_2 t_1}$

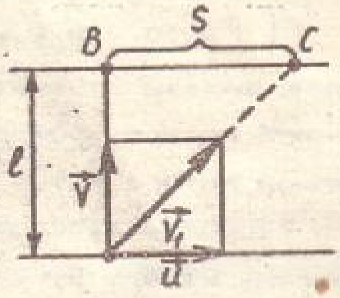
Отсюда $t_{иск} = \dfrac{\ell}{V_р} = \dfrac{2t_2 t_1}{t_2 - t_1}$

7Б. Лодка переплывает реку, отправляясь из пункта А (см.рис.). Если она будет держать курс перпендикулярно к берегам, то через время $t_1 = 10$ мин после отправления она попадет в пункт С, лежащий на расстоянии S= 120 м ниже пункта В по течению реки. Если она будет держать курс под некоторым углом α к прямой АВ (перпендикулярной к берегам) против течения, то через t =12,5 мин лодка попадет в В. Найти ширину реки ℓ, скорость лодки V относительно воды, скорость течения реки U и угол α, под которым плыла лодка во втором случае. Скорость движения лодки относительно воды одна и та же по модулю в обоих случаях.



Решение:

Движение лодки в обоих случаях скадывается из движения ее относительно воды и движения ее вместе с водой относительно берегов. Сделаем рисунок для первого случая:



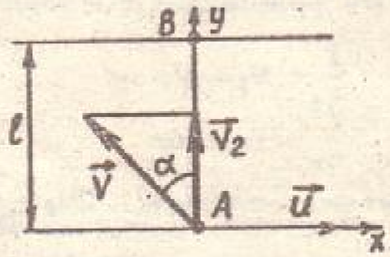
Вдоль реки лодка движется со скоростью u и за время переправы проходит по течению перемещение

$$S = ut_1 \tag{1}$$

Поперек реки лодка двигается со скоростью V и проходит расстояние

$$l = Vt_1 \tag{2}$$

Сделаем рисунок для второго случая:



При движении во втором случае лодка начинает движение из точки A и попадает на противоположный берег в точку B, находящуюся как раз напротив точки A, т.е. за время движения лодки ее скорость относительно берегов (вдоль реки) равна нулю (она не смещается относ ительно берегов). Так как лодка участвует одновременно в двух движениях (имеет скорость $\vec{V}$ относительно воды и двигается вместе с водой реки со скоростью $\vec{u}$), то ее результирующая скорость будет равна векторной сумме скоростей $\vec{V}$ и $\vec{u}$. Результирующая скорость лодки вдоль берега (вдоль оси X) будет равна сумме проекций скоростей $\vec{V}$ и $\vec{u}$ на ось X. Выше мы выяснили, что эта скорость равна нулю, следовательно,

$$- V \sin\alpha + u = 0 \tag{3}$$

($- V \sin\alpha$ – это проекция скорости $\vec{V}$ на ось X, минус взят потому, что скорость $\vec{V}$ направлена против оси X). Результирующая скорость движения лодки поперек реки (вдоль оси У) будет равна сумме проекций скоростей $\vec{V}$ и $\vec{u}$ на ось У. Проекция скорости $\vec{u}$ на ось У равна 0 (т.к. скорость $\vec{u}$ направлена вдоль оси X). Следовательно, результирующая скорость лодки вдоль оси Y есть $V\cos\alpha$. За время переправы лодка пройдет расстояние

$$\ell = (V\cos\alpha)\, t_2. \qquad (4)$$

Запишем теперь полученные четыре уравнения в виде системы:

$$S = ut_1 \qquad (1)$$

$$\ell = Vt_1 \qquad (2)$$

$$V\sin\alpha = u \qquad (3)$$

$$\ell = V\cos\alpha\, t_2 \qquad (4)$$

Из первого уравнения легко найти

$$u = \frac{S}{t_1} = \frac{120\ \text{м}}{10\cdot 60\ \text{с}} = 0{,}2\ \text{м/с}$$

Выражая из второго уравнения V через ℓ и t_1

$$V = \ell / t_1$$

и подставляя в четвертое, получим:

$$\ell = \ell / t_1 \cos\alpha\, t_2$$

Или $\cos\alpha = t_1/t_2$. Отсюда имеем α :

$$\alpha = \arccos t_1/t_2 = 36°50.$$

Зная $\cos\alpha$, через основное тригонометрическое тождество ($\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$), легко выразить $\sin\alpha$:

$$\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \sqrt{1 - t_1^2/t_2^2} = \frac{\sqrt{t_2^2 - t_1^2}}{t_2}$$

Подставляя это выражение в уравнение (3), найдем V :

$$V = \frac{u}{\sin\alpha} = \frac{St_2}{t_1\sqrt{t_2^2 - t_1^2}} = \frac{1}{3}\ \text{м/с}$$

Теперь из уравнения (2) легко определится :

$$\ell = Vt_1 = \frac{St_2}{\sqrt{t_2^2 - t_1^2}} = 200\ \text{м}$$

8А. Пассажирский поезд идет со скоростью V_1. По соседнему пути движется навстречу товарный поезд длинной ℓ со скоростью V_2. Сколько времени пассажир, стоящий у окна будет видеть проходящий мимо него товарный поезд?

Решение:

Если поезда едут навстречу друг другу, то относительная скорость движения равна сумме их скоростей (если бы поезда двигались в одном направлении, то относительная скорость была бы равна разности их скоростей):

$$V_{отн} = V_1 + V_2$$

Как и всегда при равномерном движении, время движения равно перемещению, деленному на скорость. Следовательно, время, в течение которого мимо пассажирского поезда пройдет товарный, определится по формуле

$$t = \frac{\ell}{V_{отн}}$$

Или окончательно,

$$t = \frac{\ell}{V_{отн}} = \frac{\ell}{V_1 + V_2}$$

9А. а) Автомобиль проехал первую половину пути со скоростью 40 км/ч, а вторую – со скоростью 60 км/ч. Найти среднюю скорость на всем пройденном пути.

б) Автомобиль проехал половину пути со скоростью $V_1 = 60$ км/ч, оставшуюся часть пути он половину времени шел со скоростью $V_2 = 15$ км/ч, а последний участок – со скоростью $V_3 = 45$ км/ч. Найти среднюю скорость автомобиля на всем пути.

Решение:

а) Средняя скорость $V_{ср}$ равна отношению всего пути, пройденного телом, ко времени движения $V_{ср} = S_{пол}/ t$. Время движения складывается из времени движения по первой половине пути и времени движения по второй половине, т.е.

$$t = t_1 + t_2 = \frac{(1/2)S_{полн}}{V_1} + \frac{(1/2)S_{полн}}{V_2} = \frac{1}{2} S_{полн} \frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2}$$

Теперь легко найти $V_{ср}$:

$$V_{ср} = \frac{S_{полн}}{t} = S_{полн} \Big/ \frac{1}{2} S_{полн} \frac{V_1 + V_2}{V_1 V_2} = \frac{2V_1 V_2}{V_1 + V_2}$$

б) Для того, чтобы найти среднюю скорость в этом случае, необходимо найти среднюю скорость на второй половине пути. В задаче сказано, что на второй половине пути автомобиль половину времени ехал с скоростью V_2, а половину времени со скоростью V_3. Обозначим все время движения по второй половине пути за t, тогда время $t/2$ автомобиль двигался со скоростью V_2 и при этом прошел путь $S_2 = (t/2)V_2$, а оставшееся время $t/2$ он двигался со скоростью V_3 и при этом прошел путь $S_3 = (t/2)V_3$. Средняя скорость на второй половине пути определяется, как и раньше, по формуле

$$V'_{ср} = \frac{S_2 + S_3}{t} = \frac{(t/2)V_2 + (t/2)V_3}{t} = \frac{V_2 + V_3}{2}$$

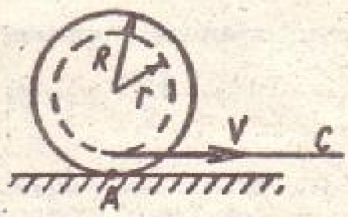
Из этого результата видно, что если тело половину времени движется с одной скоростью, а половину времени с другой, то средняя скорость есть среднее арифметическое этих скоростей.

Теперь нетрудно найти среднюю скорость на всем пути:

$$V_{cp} = \frac{S}{t} = \frac{S}{t_1 + t_2} = \frac{S}{\frac{(1/2)\,S}{V_1} + \frac{(1/2)\,S}{V'_{cp}}} = \frac{2\,V_1 V'_{cp}}{V_1 + V'_{cp}} =$$

$$= \frac{2\,V_1 \frac{V_2 + V_3}{2}}{V_1 + \frac{V_2 + V_3}{2}} = \frac{2\,V_1 (V_2 + V_3)}{2\,V_1 + V_2 + V_3}.$$

10В. На горизонтальной поверхности стола лежит катушка, которая может катиться по столу без скольжения. На внутренний цилиндр катушки намотана нитка (см.рис.), конец которой тянут в горизонтальном направлении со скоростью V. Какова скорость оси катушки, если радиусы внешнего и внутреннего цилиндров равны R и r?



Решение:

Движение конца нити C можно представить себе складывающимся из двух движений: движения вместе с осью катушки со скоростью V_0 (как если бы катушка скользила поступательно) и движения с некоторой скоростью V_1 в результате наматывания (или сматывания) нити на катушку, т.е. $V = V_0 \pm V_1$, где знак плюс соответствует сматыванию нити.

Заставим катушку сделать один полный оборот и определим величину, на которую переместится конец нити C. Очевидно, что в данном случае катушка катится вправо. За один оборот ось катушки переместиться на расстояние $2\pi R$, причем на катушку намотается нить длиной $2\pi r$. Таким образом,

$$V_0 = V + V_1 = V\left(1 + \frac{V_1}{V}\right) = V\left(1 + \frac{2\pi r/\Delta t}{\frac{2\pi R - 2\pi r}{\Delta t}}\right) =$$

$$= V\left(1 + \frac{2\pi r}{2\pi R - 2\pi r}\right) = V\,\frac{R}{R - r}$$

II. РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

11А. Автомобиль начинает движение без начальной скорости и прходит первый километр с ускорением a_1, а второй – с ускорением a_2. При этом на первом километре его скорость возрастает на 10 м/с, а на втором – на 5 м/с. Что больше – a_1 или a_2?

Решение: Сделаем рисунок

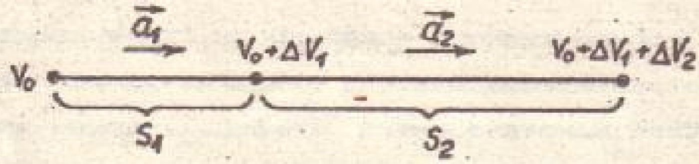
$S_1 = S_2 = 10^3$ м

$V_0 = 0$

$\Delta V_1 = 10$ м/с

$\Delta V_2 = 5$ м/с

$a_2 \gtrless a_1$ – ?



Перемещение при равоускоренном движении определяется по формуле:

$$S = \frac{V_1^2 - V_0^2}{2a_1}$$

В нашем случае $V_0 = 0$, $a = a_1$, $V_1 = \Delta V_1$, следовательно, имеем

$$S = \frac{V_1^2}{2a_1}$$

Отсюда: $a_1 = \dfrac{V_1^2}{2\,S} = \dfrac{10^2}{2 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^{-2}$ (м/с²);

Выражение для перемещения при равноускоренном движении, записанное для второго участка, имеет вид:

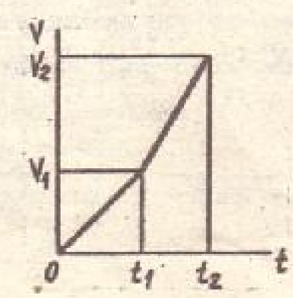
$$S = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2a_2}$$

Скорость в конце второго участка есть

$$V_2 = V_1 + \Delta V_2 = 10 + 5 = 15 \text{ м/с}$$

Имеем: $a_2 = \dfrac{V_2^2 - V_1^2}{2\,S} = \dfrac{15^2 - 10^2}{2 \cdot 10^3} = 6{,}25 \cdot 10^{-2}$ (м/с²)

Получаем, что $a_2 > a_1$ (см. рис.):



12А. При равноускоренном движении тело проходит в первые два равных последовательных промежутка времени, по $t = 4$ с каждый, перемещение $S_1 = 24$ м и $S_2 = 64$ м. Найти начальную скорость и ускорение a движущегося тела.

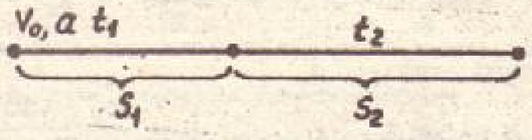
Решение: Сделаем рисунок

Дано:

$t = t_1 = t_2 = 4$ с

$S_1 = 24$ м

$S_2 = 64$ м



V_0 - ? a - ?

По условию задачи тело, двигаясь с ускорением и имея начальную скорость V_0, прошло перемещение S_1 за время t_1. Запишем уравнение для перемещения:

$$S_1 = V_0 t_1 + \frac{a t_1^2}{2} \qquad (1)$$

В этом уравнении не известны V_0 и a. Чтобы их найти, нужно написать еще одно уравнение (тогда у нас будут два уравнения с двумя неизвестными, которые можно решить). Можно написать уравнение перемещения S_2, пройденного телом за время t_2:

$$S_2 = V_{02} t_2 + \frac{a t^2}{2} \qquad (2)$$

Здесь V_{02} – начальная скорость тела на втором участке. Она тоже неизвестна, это – третье неизвестное. Эта начальная скорость на втором участке есть не что иное, как конечная скорость тела на первом участке. Запишем уравнение для скорости при равноускоренном движении:

$$V_{02} = V_0 + a t_1 \qquad (3)$$

Теперь у нас есть три уравнения (1), (2), (3) с тремя неизвестными V_0, V_{02}, a:

$$\begin{cases} S_1 = V_0 t + \dfrac{a t^2}{2} \\ S_2 = V_{02} t + \dfrac{a t^2}{2} \\ V_{02} = V_0 + a t \end{cases}$$

Подставляя последнее уравнение во второе, получим

$$S_2 = V_0 t + a t^2 + \frac{a t^2}{2} = V_0 t + \frac{3}{2} a t^2$$

Выразим отсюда V_0 :

$$V_0 = \frac{S_2 - \frac{3}{2} a t^2}{t} \qquad (4)$$

Подставим это выражение в первое уравнение:

$$S_1 = \frac{S_2 - (3/2) a t^2}{t} t + \frac{a t^2}{2} = S_2 - \frac{3}{2} a t^2 + \frac{a t^2}{2} = S_2 - a t^2$$

Теперь легко найти a :

$$a t^2 = S_2 - S_1 , \quad a = \frac{S_2 - S_1}{t^2} = 2{,}5 \text{ м/с}^2$$

Подставляя в выражение для a в (4), найдем V_0:

$$V_0 = \frac{S_2 - \frac{3}{2} \left(\frac{S_2 - S_1}{t^2}\right) t^2}{t} = \frac{S_2 - \frac{3}{2} S_2 + \frac{3}{2} S_1}{t} = \frac{3S_1 - S_2}{2t} = 1 \text{ м/с}$$

13А. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, за пятую секунду прошло перемещение 18 м. Чему равно ускорение и каково перемещение тела за 5 сек?

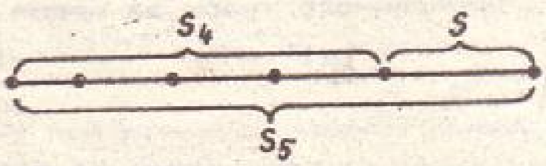
Решение: Сделаем рисунок

Дано:

$t^{(5)} = 1$ с

$S = 18$ м

$t = 5$ с



a - ? S - ?

Из рисунка видно, что перемещение тела за пятую секунду, S- есть разность перемещения тела за пять и за четыре секунды

$$S = S_5 - S_4 \qquad (1)$$

Перемещение тела при равноускоренном движении без начальной скорости за время t, есть

$$S_{(t)} = \frac{a t^2}{2}$$

Следовательно, уравнение (1) можно переписать в виде:

$$S = \frac{a t_5^2}{2} - \frac{a t_4^2}{2}, \text{ где } t = 5 \text{ с и } t = 4 \text{ с}$$

Отсюда легко найти a:

$$S = \frac{a\,5^2}{2} - \frac{a\,4^2}{2} = \frac{25}{2}a - \frac{16}{2}a = \frac{9}{2}a, \quad a = \frac{2}{9}S = \frac{2}{9} \cdot 18 = 4 \text{ м/с}^2$$

Перемещение тела за 5 секунд есть:

$$S_5 = \frac{a t_5^2}{2} = 4 \cdot \frac{5^2}{2} = 50 \text{ м}$$

14Б. За какую секунду от начала движения перемещение тела в равноускоренном движении втрое больше перемещения за предыдущую секунду, если движение происходит без начальной скорости?

Решение:

Дано:

$S^n / S^{n-1} = 3$

$V_0 = 0$

---

n – ?

Перемещение тела при равноускоренном движении без начальной скорости за n-ую секунду есть:

$$S^n = S_n - S_{n-1} \qquad (1)$$

где S_n – перемещение тела за n секунд, S_{n-1} – за (n–1) секунд.

Перемещение тела за n секунд

$$S_n = \frac{a n^2}{2}$$ (в данном случае n – время движения)

Перемещение за (n – 1) секунду:

$$S_{n-1} = \frac{a (n-1)^2}{2}$$

Уравнение (1) теперь можно переписать в виде:

$$S^n = \frac{a n^2}{2} - \frac{a (n-1)^2}{2} \qquad (2)$$

Аналогичное уравнение легко написать и для перемещения тела за (n – 1) -ую секунду:

$$S^{n-1} = \frac{a (n-1)^2}{2} - \frac{a (n-2)^2}{2} \qquad (3)$$

По условию задачи $S^{n}/ S^{n-1} = 3$. Подставляя сюда выражения (2) и (3), получим:

$$\frac{\frac{a n^2}{2} - \frac{a(n-1)^2}{2}}{\frac{a(n-1)^2}{2} - \frac{a(n-2)^2}{2}} = 3, \quad \frac{n^2 - (n-1)^2}{(n-1)^2-(n-2)^2} = 3, \quad \frac{\cancel{n^2} - \cancel{n^2} + 2n - 1}{\cancel{n^2} - 2n + 1 - \cancel{n^2} + 4n - 4} = 3$$

$$\frac{2n - 1}{2n - 3} = 3, \quad 2n - 1 = 6n - 9, \quad 4n = 8, \quad n = 2$$

15А. Тело брошено вверх со скоростью V_0. Определить время и высоту подъема тела, скорость, с которой тело достигло земли, и время падения тела.

Решение:

Дано:

V_0

----

h - ? $V_н$ - ? t_1 - ? t_2 - ?

Для тела, брошенного вертикально вверх, уравнение для скорости и координаты принимают вид:

$$\begin{cases} V = V_0 - gt & (1) \\ y = V_0 t - \dfrac{gt^2}{2} & (2) \end{cases}$$

В верхней точке подъема скорость тела равна нулю ($V = 0$), отсюда:

$$0 = V_0 - gt_1 , \quad t_1 = \frac{V_0}{g}$$

Высоту подъема определяем по формуле для координаты, подставляя время подъема t_1 :

$$h = V_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = V_0 \frac{V_0}{g} - g\frac{V_0^2}{2g^2} = \frac{V_0^2}{2g}$$

При падении тела его координата при ударе о землю равна нулю. Следовательно:

$$0 = V_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$t(V_0 - \frac{gt}{2})^2 = 0$$

Отсюда находим время падения:

$$V_0 - \frac{gt}{2} = 0$$

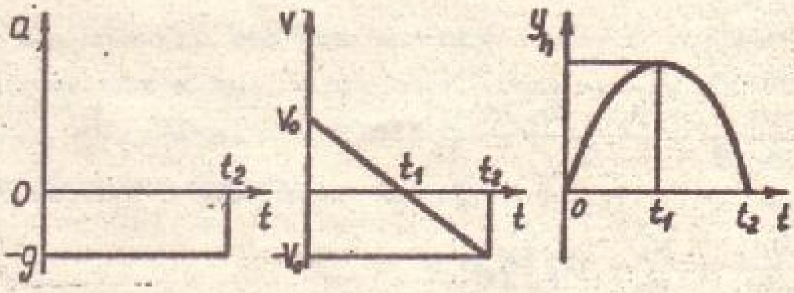
$$t_2 = \frac{2V_0}{g} = 2\,t_1\ ;\quad t_{пад} = t_2 - t_1 = t_1$$

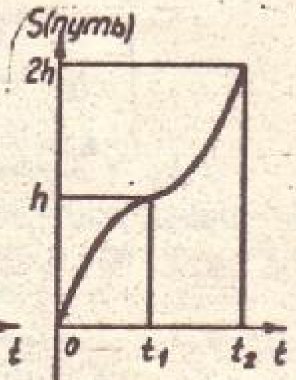
Скорость с которой тело достигнет Земли V , будет равна:

$$V_к = V_0 - gt_2 = V_0 - g\,\frac{2V_0}{g} = -\,V_0$$

При бросании тела вверх время падения всегда равно времени подъема тела вверх, а модуль скорости падения всегда равен модулю скорости бросания тела вверх.

Построим соответствующие графики для тела, брошенного вверх.





16А. Свободно падающее тело прошло последние 10 м за 0,25 с. Определить высоту падения и скорость в момент падения.

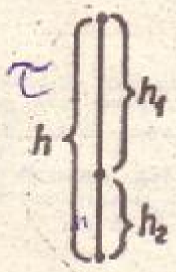
Решение: Сделаем рисунок

Дано:

$h_2 = 10$ м

$t_2 = 0{,}25$ с

h - ? V - ?



Высота падения $h = h_1 + h_2$, где h_1 — путь, пройденный телом от начала падения до высоты 10 м; h_2 — последние 10 м. Высоту h_2 тело проходило равноускоренно с начальной скоростью V_2 . Следовательно,

$$h_2 = V_2 t_2 + \frac{gt_2^2}{2} \qquad (1)$$

Скорость V_2 является конечной скоростью тела, падающего с высоты h_1. Следовательно,

$$V_2 = gt_1 \qquad (2)$$

где t_1 – время прохождения пути h_1. Путь h_1 связан со временем t_1 обычным соотношением:

$$h_1 = \frac{gt_1^2}{2} \qquad (3)$$

В уравнениях (1), (2), (3) есть три неизвестных величины – V_2, t_1 и h_1. Систему трех уравнений с тремя неизвестными легко решить:

$$\begin{cases} h_2 = V_2 t_2 + \frac{gt_2^2}{2} \\ V_2 = gt_1 \\ h = \frac{gt_1^2}{2} \end{cases}$$

Из первого уравнения

$$V_2 = \frac{h_2}{t_2} - \frac{gt_2}{2} = \frac{10}{0,25} - \frac{9,8 \cdot 0,25}{2} \approx 38,8 \text{ м/с}$$

Подставляя выражение для t_1 из второго уравнения в третье, получим

$$h_1 = \frac{g}{2}\,\frac{V_2^2}{g^2} = \frac{V_2^2}{2g} \approx 76,8 \text{ м}$$

Высота падения тела

$$h = h_2 + h_1 \approx 76,8 + 10 \approx 86,8 \text{ м}$$

Скорость в последний момент падения v равна:

$$V = V_2 + gt_2 \approx 38,8 + 9,8 \cdot 0,25 \approx 41,2 \text{ м/с}$$

17А. Жонглер бросил вертикально вверх шарик. Когда шарик достиг верхней точки своей траектории, был брошен второй шарик с той же начальной скоростью. На какой высоте встретятся шарики, если высота их бросания 4,9 м?

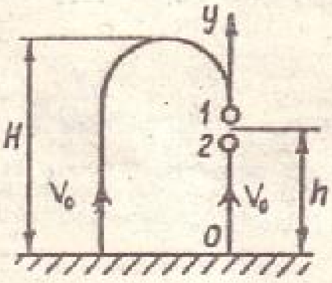
Решение: Сделаем рисунок.

Дано:

$H = 4,9$ м

---

h –?



Запишем для каждого шарика уравнение движения:

$$\begin{cases} y = H - \frac{gt^2}{2} & (1) \\ y = V_0 t - \frac{gt^2}{2} & (2) \end{cases}$$

Известно, что $H = \frac{V_0^2}{2g}$. Отсюда:

$$V_0 = \sqrt{2gH}$$

При встрече шарики имеют одинаковые координаты. Отсюда:

$$V_0 t - \frac{gt^2}{2} = H - \frac{gt^2}{2}$$

$$V_0 t = H, \quad t = \frac{H}{V_0}$$

Подставляя формулу для V_0, получаем: $t = \frac{H}{\sqrt{2gH}} = \sqrt{\frac{H}{2g}}$

Определяем высоту, на которой встретятся шарики:

$$h = H - \frac{g}{2} \cdot \frac{H}{2g} = \frac{3H}{4} \approx 3{,}7 \text{ м}$$

18А. Из вертолета, поднимающегося вверх с ускорением 1 м/с², на высоте 450 м выпал предмет. Определить скорость и время падения предмета.

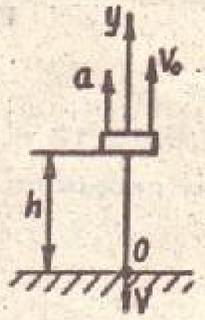
Решение: Сделаем рисунок.

Дано:

$h = 450$ м

$a = 1$ м/с²

$V_п$ - ? $t_п$ - ?



Для предмета, выпавшего из вертолета, имеем:

$$V = V_0 - gt \qquad (1)$$

Найдем начальную скорость тела, равную скорости вертолета на заданной высоте.

Для равноускоренного движения вертолета с начальной скоростью, равной нулю, имеем:

$$V_0^2 - 0 = 2ah$$

отсюда $\quad V_0 = \sqrt{2ah} = \sqrt{2 \cdot 1 \cdot 450} = 30$ (м/с)

Для предмета, выпавшего из вертолета, получаем аналогичную формулу:

$$V_{пад}^2 - V_0^2 = -2g\,(0 - h)$$

$$V_{пад}^2 = V_0^2 + 2gh$$

$$|V_{пад}| = \sqrt{V_0^2 + 2gh} = \sqrt{30^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 450} \approx 98{,}6 \text{ м/с}$$

$V_{пад} = -98{,}6$ м/с

Определяем время падения:

$$V_{пад} = V_0 - gt$$

$$t = \frac{V_0 - V_{пад}}{g} \qquad t = \frac{30 + 98{,}6}{9{,}8} = \frac{128{,}6}{9{,}8} = 13{,}12\ (c) \approx 13\ (c)$$

Второе решение:

Направим ось координат вертикально вверх. Скорость вертолета (и скорость предмета) на высоте h найдем по формуле:

$$V_0^2 = 2ah,\ \text{откуда}\ V_0 = \sqrt{2ah} = \sqrt{2\cdot 1\cdot 450}\ \text{м/с} = 30\ \text{м/с}$$

Время падения предмета найдем из уравнения

$$y = h + V_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

положив y = 0 (удар о Землю), получим:

$$gt^2 - 2V_0 t - 2h = 0$$

Откуда:

$$t = \frac{V_0 + \sqrt{V_0^2 + 2gt}}{g} = \frac{30 + \sqrt{900 + 9{,}8\cdot 900}}{9{,}8}\ c = 13{,}12 \approx 13\ c$$

Скорость при ударе о Землю

$$V = V_0 - gt = 30 - 9{,}8\cdot 13{,}12 = -98{,}6\ \text{м/с}$$

Знак минус показывает, что скорость направлена вертикально вниз (см.рис.).

19Б. Одно тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью V_0, другое падает с высоты h с начальной скоростью, равной 0. Найти зависимость расстояния между телами от времени, если известно, что тела начали движение одновременно.

Решение: Сделаем рисунок.

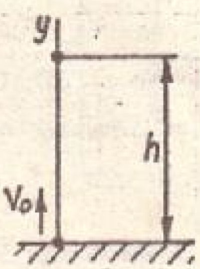
Дано:

$V_{01} = V_0$

$V_{02} = 0$

$Y_0 = h$

$y = f(t)$ - ?



Направим ось У вертикально вверх, начало оси выберем на поверхности Земли. Так как тела брошены одновременно, то время их движения одинаково, а уравнения движения имеют вид:

$$y_1 = V_0 t - \frac{gt^2}{2}, \quad y_2 = y_0 - \frac{gt^2}{2},$$

где y_0 - начальная координата второго тела. Расстояние между телами в любой момент времени выражается уравнением

$$\Delta y = y_2 - y_1 = y_0 - \frac{gt^2}{2} - V_0 t + \frac{gt^2}{2} = y_0 - V_0 t$$

или

$$\Delta y = h - V_0 t$$

20Б. Два тела брошены вертикально вверх с одинаковой начальной скоростью V_0 и с интервалом времени τ. Определить скорость движения второго тела относительно первого. По какому закону изменяется расстояние между телами?

Решение:

Дано:

V_0

τ

V - ? Δy - ?

Направим ось У вертикально вверх, начало оси выберем на поверхности Земли в точке бросания тел. Запишем уравнение движения тел:

$$y_1 = V_0 t - \frac{gt^2}{2}, \quad y_2 = V_0 (t - \tau) - \frac{g(t-\tau)^2}{2}$$

Расстояние между телами изменяется по закону

$$\Delta y = y_1 - y_2 = V_0 t - \frac{gt^2}{2} - V_0 (t - \tau) + \frac{g(t-\tau)^2}{2} = V_0\tau + \frac{g\tau^2}{2} - g\tau t$$

В выбранной системе координат скорость первого и второго тел изменяются по закону $V_1 = V_0 - gt$, $V_2 = V_0 - g(t - \tau)$

Тогда скорость движения второго тела относительно первого

$$V = V_2 - V_1 = V_0 - g(t - \tau) - V_0 + gt = g\tau$$

21В. Мяч брошен вертикально вверх. На высоте h он побывал дважды с интервалом времени Δt. Определить начальную скорость бросания мяча.

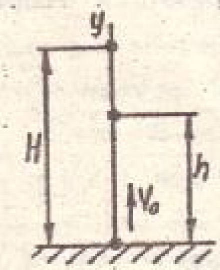
Решение: Сделаем рисунок.

Дано:

h

Δt

V_0 - ?



Направим ось У вертикально вверх, начало оси выберем на поверхности Земли. Обозначим Н - максимальную высоту подъема мяча. Запишем уравнения движения мяча для моментов времени t и $(t + \Delta t)$

$$\begin{cases} h = V_0 t - \dfrac{gt^2}{2} & (1) \\ h = V_0 (t + \Delta t) - \dfrac{g(t + \Delta t)^2}{2} & (2) \end{cases}$$

Решая совместно эти уравнения, находим

$$V_0 t - \frac{gt^2}{2} = V_0 t + V_0 \Delta t - \frac{gt^2}{2} - gt\Delta t - g\frac{\Delta t^2}{2}$$

Откуда

$$t = \frac{2V_0 - g\Delta t}{2g} \qquad (3)$$

Подставим в выражение (3) в (1) и (2), получим:

$$h = V_0\left(\frac{2V_0 - g\Delta t}{2g}\right) - \frac{g}{2}\left(\frac{2V_0 - g\Delta t}{2g}\right)^2 = \frac{4V_0^2 - g^2\Delta t^2}{8g}$$

Откуда

$$V_0 = \sqrt{8gh + \frac{g^2\Delta t^2}{2}}$$

22В. Два тела свободно падают с разных высот и достигают Земли одновременно. Время падения первого тела $t_1 = 2$ с, второго $t_2 = 1$ с. На какой высоте h было первое тело, когда второе начало падать?

Решение: Сделаем рисунок.

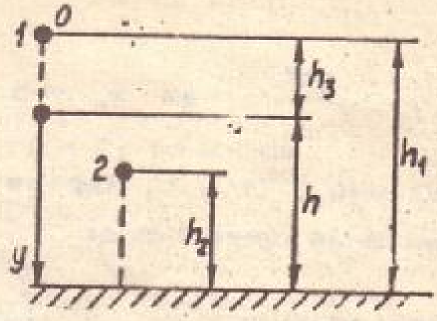
Дано:

$t_1 = 2$ с

$t_2 = 1$ с

----

h - ?



Направим ось У вниз, совместив начало отсчета с начальным положением первого тела. Допустим, что первое тело падает с высоты h_1. Тогда можно записать

$$h_1 = \frac{gt_1^2}{2}$$

По условию задачи необходимо найти высоту, на которой было первое тело, когда второе начало падать. Это высота h есть:

$$h = h_1 - h_3$$

где h_3 - перемещение тела за время $(t_1 - t_2)$, оно равно

$$h = \frac{g\ (t_1 - t_2)^2}{2}$$

для h окончательно имеем:

$$h = \frac{gt_1^2}{2} - \frac{g(t_1 - t_2)^2}{2} = \frac{g}{2}2^2 - \frac{g(2-1)^2}{2} = 2g - \frac{g}{2} = \frac{3g}{2} \approx 14{,}7 \text{ м}$$

23А. Самолет летит горизонтально со скоростью 360 км/ч на высоте 490 м. Когда он пролетает над точкой А, с него сбрасывают пакет. На каком расстоянии от точки А пакет упадет на землю? Сопротивление воздуха не учитывать.

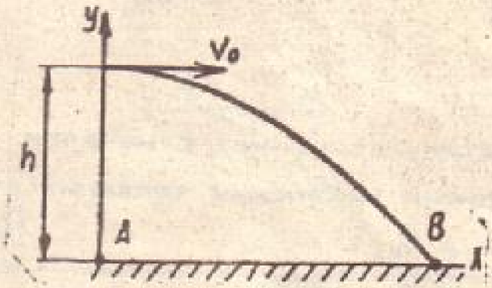
Решение: Сделаем рисунок.

Дано:

$V_0 = 360$ км/ч $= 100$ м/с

$h = 490$ м

S - ?



Направим ось X горизонтально, ось У вертикально, начало координат поместим в точку А. Запишем уравнения движения пакета по осям X и У:

$$x = V_0 t$$

(Так как пакет имеет такую же скорость, что и самолет).

$$y = y_0 - \frac{gt^2}{2}\text{, где } y_0 = h$$ (уравнение свободного падения пакета с высоты h).

Для точки падения В ($t = t_1$ (время падения), $x = x_B$, $y = y_B = 0$) уравнения движения примут вид:

$$\begin{cases} x_B = V_0 t_1 & (1) \\ 0 = h - \dfrac{gt_1^2}{2} & (2) \end{cases}$$

Из последнего уравнения найдем время движения пакета до точки В:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (3)$$

Искомое расстояние $S = x_B$ найдем из уравнения (1) с учетом формулы (3):

$$S = V_0 t_1 = V_0\sqrt{\frac{2h}{g}} = 100\sqrt{\frac{2\cdot 490}{9,8}} = 10^3 \text{ м}$$

24А. Струя воды в гидромете вылетает из ствола со скоростью 50 м/с под углом 35° к горизонту. Найти дальность полета и наибольшую высоту подъема струи.

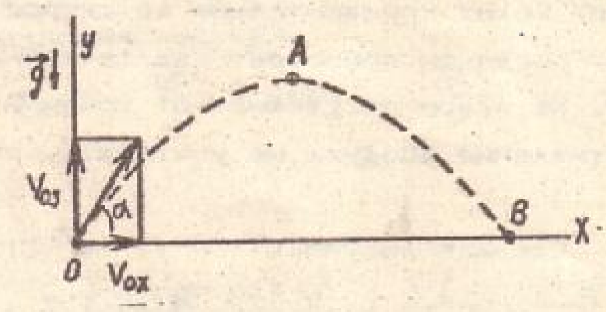
Решение: Сделаем рисунок.

Дано:

$V_0 = 50$ м/с

$\alpha = 35° \approx 0,61$ рад

h - ? S - ?



Выберем систему координат с началом отсчета в точке 0 вылета струи и запишем уравнения движения струи:

$$\begin{cases} x = V_{0x} t & (1) \\ y = V_{0y} - \dfrac{gt^2}{2} & (2) \end{cases}$$

Скорость движения струи по оси ОУ изменяется по закону

$$V_y = V_{0y} - gt \qquad (3)$$

Для точки А (вершина параболы) $t = t_{max}$, $y = h$, $V_y = 0$

Уравнение (3) в точке А принимает вид:

$$0 = V_{0y} - gt_{max}\text{,}$$

Откуда

$$t_{max} = \frac{V_{oy}}{g} \qquad (4)$$

Записываем уравнение (2) для точки А, находим:

$$h = V_{oy} t_{max} - \frac{gt^2_{max}}{2}$$

или с учетом (4)

$$h = V_{oy} \frac{V_{oy}}{g} - \frac{gV^2_{oy}}{2g^2} = \frac{V^2_{oy}}{2g}$$

Учитывая, что $v_{oy} = v_0 \sin\alpha$, получим

$$h = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{50^2 \cdot 0{,}57^2}{2 \cdot 9{,}8} = 42 \text{ м}$$

Запишем уравнение (2) для точки В падения струи на землю ($t = t_B$, $y = 0$, $x = S$)

$$0 = V_{oy} t_B - \frac{gt^2_B}{2}$$

Отсюда время движения струи до точки В есть:

$$t_B = \frac{2V_{oy}}{g} = \frac{2V_0}{g} \sin\alpha \qquad (5)$$

Запишем уравнение (1) для точки В:

$$S = V_{ox}\, t_B \qquad (6)$$

Подставляя выражение (5) в (6) и учитывая, что $V_{ox} = V_0 \cos\alpha$, находим

$$S = V_0 \cos\alpha \; \frac{2V_0 \sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{50^2 \cdot 0{,}94}{9{,}8} \approx 240 \text{ м}$$

25А. Тело брошено с начальной скоростью V_0 под углом α к горизонту. Найти скорость тела в высшей точке подъема и в точке падения на горизонтальную плоскость.

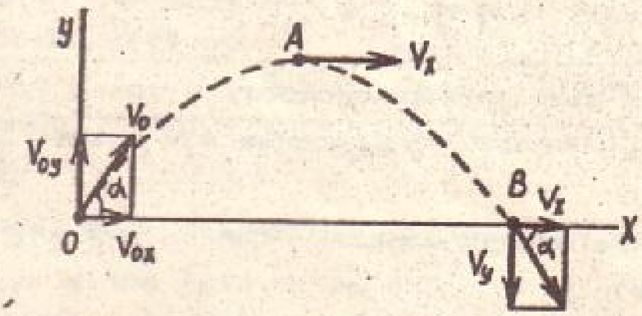
Решение: Сделаем рисунок.

Дано:

V_0

α

V_A – ? V_B – ?



Скорость тела в любой точке траектории можно разложить на горизонтальную и вертикальную составляющие. Горизонтальная составляющая скорости во время полета остается постоянной и равной горизонтальной составляющей скорости в начальный момент времени, т.к.

по горизонтали никаких ускорений не действует (т.е. по горизонтали движение равномерное):

$$V_x = V_{0x} = V_0 \cos\alpha = const$$

Вертикальная составляющая скорости V_y меняется во времени, т.к. по оси У действует ускорение свободного падения g. Уравнение для вертикальной составляющей скорости V_y есть:

$V_y = V_{0y} - gt$, где V_{0y} – вертикальная составляющая скорости в начальный момент времени.

В любой точке траектории полная скорость движения тела может быть подсчитана по формуле

$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$, где $V_x = V_{0x}$ и $V_y = V_{0y} - gt$ – горизонтальная и вертикальная составляющие скорости в данной точке траектории (по теореме Пифагора).

В наивысшей точке подъема А:

$$V_x = V_{0x} = V_0 \cos\alpha ,$$

$V_y = 0$ (поэтому эта точка и есть наивысшая).

Следовательно, полная скорость тела в точке А есть $V_A = V_0 \cos\alpha$

Очевидно, что вектор скорости в точке А направлен горизонтально.

Аналогично, для точки В падения тела на землю получим:

$$V_x = V_{0x} = V_0 \cos\alpha , \; V_y = V_{0y} - gt_B , \qquad (2)$$

где t_B – время движения тела до точки В. Это время нетрудно найти (см.предыдущую задачу, формула (5)):

$$t_B = \frac{2V_0}{g} \sin\alpha$$

Подставляя это выражение в (2) и учитывая, что $V_{0y} = V_0 \sin\alpha$, находим

$$V_y = V_0 \sin\alpha - g \frac{2V_0}{g} \sin\alpha = - V \sin\alpha .$$

Следовательно, полная скорость в точке В:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 \cos^2\alpha + V_0^2 \sin^2\alpha} = V_0$$

Из рисунка нетрудно найти направление вектора скорости тела в точке В:

$$tg\alpha_1 = \frac{V_y}{V_x} = \frac{-V_0 \sin\alpha}{V_0 \cos\alpha} = - tg\alpha ,$$

т.е. вектор скорости тела в точке В падения составляет с горизонтом угол α_1, численно равный углу бросания α.

26В. Из миномета ведут обстрел объекта, расположенного на склоне горы (см.рис.). Угол наклона горы β = 30°, угол стрельбы α = 60° по отношению к горизонту. На каком расстоянии ℓ = AB будут падать мины, если их начальная скорость равна V_0 ?

Решение: Сделаем рисунок.

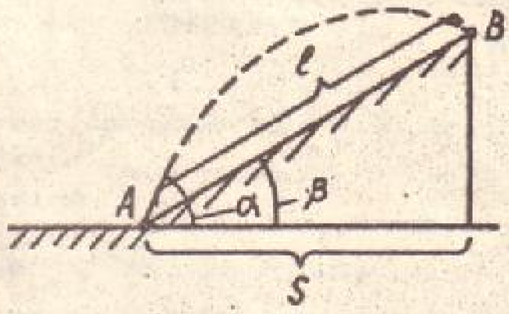
Дано:

β = 30°

α = 60°

V_0

ℓ - ?



Криволинейное движение мины по параболе можно разложить на два прямолинейных движения - по горизонтали и вертикали. Перемещение мины будем отсчитывать от точки А. Начальная скорость движения мины по горизонтали и вертикали:

$$V_x = V_0 \cos\alpha \ , \quad V_y = V_0 \sin\alpha \ .$$

Уравнение движения мины по горизонтали и вертикали:

$$S = (V_0 \cos\alpha)t, \qquad h = (V_0 \sin\alpha)t - \frac{gt^2}{2} \tag{1}$$

Расстояние по горизонтали S и высота h точки падения мины связаны с расстоянием ℓ соотношениями:

$$S = \ell\cos\beta \ , \quad h = \ell\sin\beta \tag{2}$$

Решая совместно уравнения (1), а также используя соотношения (2), находим искомое расстояние:

$$\ell = \frac{2V_0^2}{g}\,\frac{(\sin\alpha\cdot\cos\beta - \cos\alpha\cdot\sin\beta)\cos\alpha}{\cos^2\beta} = \frac{2V_0^2}{g}\,\frac{\sin(\alpha - \beta)\cos\alpha}{\cos^2\beta} =$$

$$= \frac{2V_0^2}{g}\,\frac{\sin 30°\cdot\cos 60°}{\cos^2 30°} = \frac{2V_0^2}{g}\,\mathrm{tg}^2\, 30° = \frac{2V_0^2}{3g}$$

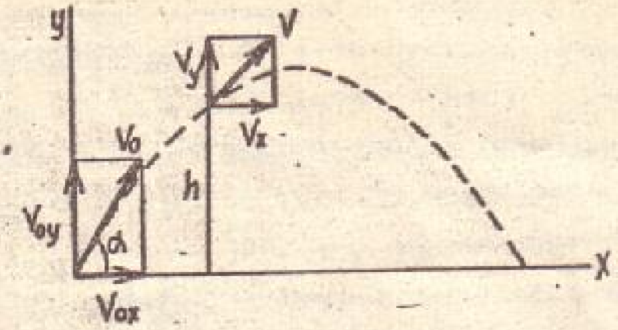
27Б. Тело брошено под углом α к горизонту со скоростью V_0 . Определить скорость этого тела на высоте h над горизонтом. Зависит ли эта скорость от угла бросания?

Решение: Сделаем рисунок.

Дано:

α
V_0
h

V - ?



Уравнения для горизонтальной и вертикальной составляющих скорости в произвольной точке траектории имеют вид:

$$V_x = V_{ox} = V_0 \cos\alpha$$

$V_y = V_{oy} - gt = V_0 \sin\alpha - gt$, где t - время полета.

Для точки, находящейся на высоте h, для V_y можно написать:

$$V_y^2 - V_{oy}^2 = -2gh$$

Откуда

$$V_y = \sqrt{V_{oy}^2 - 2gh} = \sqrt{V_0^2\cos^2\alpha - 2gh}$$

Скорость тела на высоте h (как и в любой точке траектории) может быть найдена по формуле:

$$V = \sqrt{V_y^2 + V_x^2}$$

Подставляя сюда выражения для скоростей, получим:

$$V = \sqrt{V_0^2\cos^2\alpha + V_0^2\sin^2\alpha - 2gh} = \sqrt{V_0^2 - 2gh}$$

Из результата видно, что скорость тела на высоте h не зависит от угла бросания.

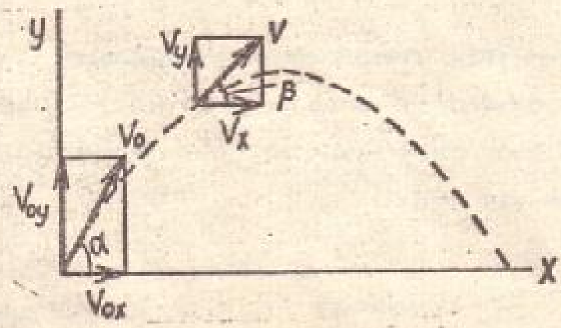
286. Под углом $\alpha = 60°$ к горизонту брошено тело с начальной скоростью $V_0 = 20$ м/с. Через сколько времени оно будет двигаться под углом $\beta = 45°$ к горизонту?

Решение: Сделаем рисунок.

Дано:

$\alpha = 60°$
$V_0 = 20$ м/с
$\beta = 45°$

t - ?



Скорость тела в любой точке траектории может быть разложена на горизонтальную и вертикальную составляющие, уравнения для которых имеют вид:

$$V_x = V_{ox} = V_0 \cos\alpha ,$$

$$V_y = V_{oy} - gt = V_0 \sin\alpha - gt$$

Угол наклона вектора скорости тела к горизонту в момент времени t может быть определен из выражения:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{V_y}{V_x} = \frac{V_{oy} - gt}{V_{ox}} = \frac{V_0 \sin\alpha - gt}{V_0 \cos\alpha}$$

Отсюда нетрудно найти t:

$$V_0 \cos\alpha \ \operatorname{tg}\beta = V_0 \sin\alpha - gt$$

$$t = \frac{V_0 \sin\alpha - V_0 \cos\alpha \ \operatorname{tg}\beta}{g} \approx 0{,}75 \text{ с}$$

....